

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO EGITO

Por

Clenilson Dos Reis, Henrique S. Miranda e
Simone Jacobsen.

PÓLO UNIVERSITÁRIO-UFES

2005

Sesóstris... repartiu o solo do Egito entre seus habitantes... Se o rio levava qualquer parte do lote de um homem... o rei mandava pessoas para para examinar,e determinar por medida a extensão exata da perda... Por esse costume, eu creio, que a geometria veio a ser conhecida no Egito, de onde passou para a Grécia.

Sumário

Capítulo II	1
0.1 Introdução	2
0.2 O Egito	3
0.3 Escrita egípcia	3
0.4 Rocha de Behistun	4
0.5 A Pedra de Rosetta	5
0.6 A numeração egípcia	5
0.7 A técnica de calcular dos egípcios	6
0.8 Os escribas do Egito	7
0.9 As pirâmides e o primeiro calendário	7
0.10 Os papiros da Matemática	9
0.11 Os problemas de Rhind	9
0.12 O surgimento das Frações	10
0.13 As frações unitárias	10
0.14 A Estagnação da Ciência no Egito	11
Bibliografia	12

Capítulo II

0.1 Introdução

Antes do quarto milênio a.C. uma forma primitiva de escrita estava em uso na Mesopotâmia. Num processo gradual evoluíram os primitivos registros pictográficos para uma ordem linear de símbolos mais simples. Surge a escrita cuneiforme, que dava significado pelos arranjos das marcas em cunha.

Foi encontrada uma rocha A Pedra Rosetta, em 1799, egípcia, que trouxe muitas informações a respeito dos números. Encontrou-se uma numeração hieroglífica que era baseada no sistema decimal.

Determinados símbolos indicavam valores de 10, 100, 1.000, 10.000 e 100.000. Por repetição desses símbolos, escrevia-se o número desejado.

As pirâmides egípcias exibiam tão alto grau de precisão na construção e orientação que lendas surgiram em torno delas. A sugestão de que a razão do perímetro da base da pirâmide Queops, para a altura foi conscientemente posta no valor 2π está em desacordo com o que se sabe da geometria dos egípcios.

Aos egípcios também podemos atribuir a autoria do primeiro calendário. Tendo-se interessado pela observação dos astros, concluíram que a inundação anual do Nilo ocorria pouco depois que a estrela Siriús se levantava a leste, logo antes do sol. Assim, como essas aparições da Siriús ocorriam em intervalos de 365 dias, os egípcios estabeleceram um calendário solar feito de doze meses de trinta dias cada um e mais cinco dias de festa.

Ocorre que esse ano oficial era curto demais por um quarto de dia e foram necessárias correções desta forma a cada quatro anos, as estações avançavam em um dia.

Outra fonte de informação sobre a matemática antiga, além dos escritos hieroglíficos, é alguns papiros egípcios de mais de três milênios de idade.

O maior deles, conhecido como Papiro de Rhind ou Papiro Ahmes usa uma escrita chamada hierática, diferente da hieroglífica.

A base ainda é o sistema decimal, mas já são adotados sinais especiais para representar dígitos e múltiplos de potências de dez. O número quatro, por exemplo, não é mais representado com quatro barras verticais e sim com uma barra horizontal. E assim por diante com outros números.

0.2 O Egito

”Dádivas do Nilo”, segundo a expressão de Heródoto, historiador grego do século V a.C., o Egito Antigo era, na realidade, um extenso oásis com mais de 1000 quilômetros de comprimento por 10 a 20 de largura. O Rio Nilo era, então, muito mais largo do que é hoje e corria através de uma vasta planície. Ao longo do tempo, a largura do rio foi diminuindo e seu leito ficando cada vez mais profundo.

O vale do Nilo compreendia o Alto Egito, ou Terra do Sul, e o Baixo Egito, ou Terra do Norte. O Baixo Egito acupava a vasta planície aluvial formada pelo delta.

De junho a outubro, as águas do Nilo inundavam as terras de ambas as margens. Depois das cheias, os camponeses iniciavam as sementeiras num terreno fertilizado pelos sedimentos trazidos pela inundaçãõ.

O Rio Nilo fornecia aos egípcios, água para beber e para irrigar as lavouras, e peixes e aves aquáticas para a alimentação. Em suas margens cresciam muitas plantas, entre as quais vários tipos de bambu, que serviam para inúmeros fins. Com um deles, o papiro, fabricava-se uma espécie de papel.

O Nilo era tão generoso que os egípcios tinham um hino que começava com as seguintes palavras: ”Salve, ó Nilo, que sais da terra e conservas vivo o Egito”.

Nem todas as dádivas do Nilo, porém, eram simpáticas e úteis. Havia os crocodilos e os hipopótamos que tornavam o rio bastante perigoso. Além disso, às vezes, as cheias inundavam as casas, afogando homens e animais.

0.3 Escrita egípcia

Por volta do ano 4.000 a.C., algumas comunidades primitivas aprenderam a usar ferramentas e armas de bronze. Aldeias situadas às margens de rios transformaram-se em cidades. A vida ia ficando cada vez mais complexa. Novas atividades iam surgindo, graças, sobretudo, ao desenvolvimento do comércio. Os agricultores passaram a produzir alimentos em quantidades superiores às suas necessidades. Com isso algumas pessoas puderam se dedicar a outras atividades, tornando-se artesãos, comerciantes, sacerdotes, administradores.

Como conseqüência desse desenvolvimento surgiu a escrita. Era o fim da Pré-História e o começo da História. Os grandes progressos que marcaram o fim da Pré-História verificaram-se com muita intensidade e rapidez no Egito. Você certamente já ouviu falar nas pirâmides do Egito. Para fazer os projetos de construção das pirâmides e dos templos, o número concreto não era nada prático. Ele também não ajudava muito na resolução dos difíceis problemas criados pelo desenvolvimento da indústria e do comércio.



Durante quase 15 séculos, a humanidade olhou fascinada para os hieróglifos egípcios sem lhe entender o sentido. Os sacerdotes egípcios do século IV de nossa era foram

os últimos homens a utilizar essa linguagem. Eles, mantendo a linguagem tão fechada, fizeram com que o significado dessas mensagens se perdesse. Os Europeus da época, e posteriormente, pensavam que os hieróglifos eram instrumentos místicos de algum rito demoníaco.

Os hieróglifos podem ter começado em tempos pré-históricos como uma escrita por meio de imagens. Embora os egípcios nunca tivessem formado um alfabeto como o conhecemos, estabeleceram símbolos para todas os sons consonantais da sua língua. O sistema mostrou-se notavelmente eficiente. Combinando-se fonogramas, formavam-se versões esquematizadas de palavras.

Nem todos os hieróglifos abandonavam a sua função de imagens de palavras para se tornarem símbolos fonéticos. Pelo menos 100 hieróglifos eram usados para representar a palavra que retratavam, sendo usados também como determinativos do significado das palavras.

Durante 3000 anos constituíram a linguagem monumental do Egito. A última inscrição conhecida é do ano de 394 d.C., quando o Egito era uma província romana. Já então, tantos hieróglifos tinham sido propositadamente obscurecidos pelos escribas sacerdotais fazendo com que os sinais fossem incompreensíveis para a maioria dos egípcios.

Em 1822, um lingüista francês provou que os desenhos podiam formar palavras não relacionadas com a imagem. Só então os homens do Ocidente começaram a compreender que tinham diante de si toda uma linguagem que representava a chave para o que até então tinha sido um povo misterioso.



0.4 Rocha de Behistun

Na década de 1870 foi feito um processo significativo na leitura quando se descobriu que a Rocha Behistun trazia narração trilingue da vitória da Dario sobre Cambisses, a inscrição sendo em persa, elamítico e babilônico. O conhecimento do persa consequentemente forneceu a chave para a leitura do assírio, língua proximamente aparentada com o babilônico, mais antigo. Mesmo depois desta importante descoberta, a decifração e análise das tabletas com conteúdo matemático avançaram devagar, e foi só no segundo quarto do século vinte que a percepção das contribuições matemáticas da Mesopotâmia se tornou apreciável, devido em grande parte à obra pioneira de Fr.Thureau-Dangin na França e Otto Neugebauer na Alemanha e América.



0.5 A Pedra de Rosetta

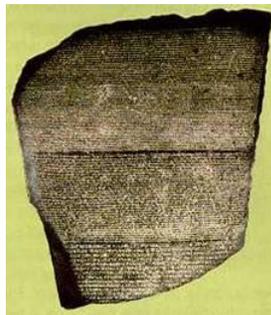
A Escrita egípcia permaneceu um verdadeiro mistério até o início do século XIX : placas de pedra, papiros, monumentos cobertos de desenhos cujo sentido ninguém, apesar dos esforços, conseguira até então decifrar.

O Francês Jean-François Champollion tinha 12 anos de idade quando, em 1802, decidiu dedicar-se a resolver esse enigma. Onze anos mais tarde, conseguiu decifrar o primeiro hieróglifo e, em 1821, iniciou o estudo intensivo do documento conhecido como pedra de Rosetta, que o levaria a descobrir o segredo de toda a escrita egípcia.

A pedra de Rosetta é um bloco de basalto encontrado junto ao Forte de Rosetta, no braço ocidental do Nilo. Foi levada para a França pelo imperador Napoleão Bonaparte, quando retornou da expedição militar ao Egito. Hoje ela está no Museu Britânico, em Londres.

Esse documento traz, em três escritas diferentes, uma proclamação em honra do faraó Ptolomeu V, feita no ano de 196 a.C. Na primeira, a proclamação está em caracteres hieroglíficos; na segunda, na escrita demótica (escrita mais simplificada que os hieroglíficos); na terceira, em grego. Comparando a escrita hieroglífica com a grega, Champollion conseguiu decifrar a palavra Ptolomeu. Com isso, descobriu a chave para decifrar os hieroglíficos, em 1822.

Graças a essa descoberta, muitos outros documentos puderam ser entendidos e a História do Antigo Egito passou a ser bem conhecida pelos estudiosos modernos do que pelos antigos.



0.6 A numeração egípcia

Também os algarismos hieroglíficos (numeração correspondente à escrita da antiga civilização egípcia) acompanharam a evolução da escrita. Inicialmente representavam a

unidade e as seis primeiras potências de 10. Estes algarismos eram simbolizados pelos seguintes hieroglíficos particulares:

	Leitura da esquerda para a direita					Leitura da esquerda para a direita				
1										
10	∩					∩				
100										
1 000										
10 000										
100 000										
1 000 000										

Algarismos fundamentais da numeração hieroglífica egípcia e as suas principais variantes.

0.7 A técnica de calcular dos egípcios

Com a ajuda deste sistema de numeração, os egípcios conseguiam efetuar todos os cálculos que envolviam números inteiros. Para isso, empregavam uma técnica de cálculo muito especial: todas as operações matemáticas eram efetuadas através de uma adição. Por exemplo, a multiplicação $13 * 9$ indicava que o 9 deveria ser adicionado treze vezes.

$13 * 9 = 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9$ A tabela abaixo ajuda a compreender como os egípcios concluíam a multiplicação:

Número de parcelas Resultado 1 9 2 18 4 36 8 72

Eles buscavam na tabela um total de 13 parcelas; era simplesmente a soma das três colunas destacadas:

$1 + 4 + 8 = 13$ O resultado da multiplicação $13 * 9$ era a soma dos resultados destas três colunas:

$9 + 36 + 72 = 117$ Os egípcios eram realmente muito habilidosos e criativos nos cálculos com números inteiros. Mas, em muitos problemas práticos, eles sentiam necessidades de expressar um pedaço de alguma coisa através de um número. E para isso os números inteiros não serviam.

0.8 Os escribas do Egito

Não existe no Egito profissão mais bem sucedida e sem esforço do que a do escriba. Eles sendo altos funcionários a serviço do faraó tinham como dever, anotar o que acontecia nos campos, contar os grãos, registrar as cheias do Nilo, calcular os impostos que os camponeses deveriam pagar, escrever contratos, atas judiciais, cartas, além de registrar os outros produtos que entravam no armazém. Mas não para por aí. Alguns sacerdotes também sabiam escrever e receitar fórmulas mágicas.

O principal material utilizado pelos escribas era o papiro, acompanhado de pincéis, paletas, tinteiros e um pilão. Quando eles iam escrever esmagavam os pigmentos no pilão e depois transferiam a tinta para o tinteiro, que tinha duas cavidades: Uma para tinta vermelha e outra para a tinta preta. Os pincéis eram umedecidos com água que ficava numa bolsa de couro. Algumas paletas tinham caráter espiritual para os escribas, sendo guardadas em seus túmulos.



0.9 As pirâmides e o primeiro calendário

As famosas pirâmides egípcias são enormes monumentos em forma de pirâmides de base retangular que foram mandadas construir pelos reis das diversas dinastias. A sua antigüidade, magnitude e esplendor davam-lhes uma glória imperecível, cujo brilho perdurou, através dos longos séculos, até os nossos dias. Sabe-se que houve mais de 170 pirâmides no Egito e na Núbia.

As maiores pirâmides egípcias são conhecidas pelo nome de "Pirâmides de Gizé", porque estão perto da cidade deste nome, situadas nas margens do Nilo e nas proximidades das ruínas de Mênfis. São três essas pirâmides, e levam os nomes dos mais notáveis reis da quarta dinastia: Khufu (ou Quéops), Krafre (ou Quéfren) e Menkaura (ou Miquerinos).

A pirâmide de Quéops excede em muito as outras em tamanho e maravilhas. Segundo Heródoto, a sua construção exigiu 30 anos de trabalho, no qual foram empregados cerca de cem mil operários. A sua altura é de 147 metros, e a base de qualquer das faces laterais é de 234 metros. Era orientada esta pirâmide conforme os 4 pontos cardeais celestes, sendo a entrada na face norte. Atualmente está a 4 minutos de grau, do Norte para Oeste; mas, como a posição do pólo terrestre varia no valor de um minuto em mil anos, fica claro que a orientação da pirâmide era absolutamente exata quando foi construída, cerca de 4.000 anos antes do Cristo. Esse colosso consta de dois milhões e meio de blocos de pedra, todas pesadíssimas. No centro da pirâmide faltam alguns

blocos, omitidos para dar passagem ao corpo embalsamado do rei Khufu. Nas paredes há séries de pinturas que representam esse rei em várias ocupações: comendo, lavrando campo, conduzindo bois etc. O espaço interior da pirâmide é de tal tamanho que nele caberia a igreja de S. Pedro, de Roma. Se a pirâmide fosse desmanchada, suas pedras dariam material bastante para um muro que circulasse toda a França.

As dimensões das duas pirâmides que são vizinhas da pirâmide de Queóps são menores: a de Quéfren tem 137 metros de altura, a de Miquerinos, 66 metros.

E quais foram, as razões que levaram os faraós a construir as pirâmides? Geralmente se pensa que unicamente para lhes servirem de mausoléus; é, porém, impossível que os reis egípcios, cujos atos eram controlados pelo sacerdócio científico, gastassem tanto dinheiro e tantos anos de trabalhos, feitos por milhares de operários, com o único fim de satisfazer uma inútil vaidade. Ponderando as aludidas coincidências astronômicas com os detalhes na construção, temos de aceitar a opinião daqueles que dizem que, além de serem túmulos de reis, as pirâmides eram postos astronômicos e sagrados redutos de grandes iniciados. Marsham Adams considera a pirâmide como exemplo apresentado em pedra do que o "Livro dos Mortos" ensina em palavras: que ali a alma, livre do corpo físico, passava através de portas sucessivas; fazia diversas viagens místicas e adquiria a posse de poderes conquistados sobre o seu "eu" inferior; assim, progredindo de uma iniciação para outra, o estudante das leis da Vida e da Morte aprende os segredos da Vida Integral e entra no segredo da Mansão de Luz.



Primeiro calendário da história da humanidade e começa com a enchente anual do rio Nilo. Surge por volta de 3000 a.C. O ano tem 365 dias, divididos em 12 meses de 30 dias e mais cinco dias extras, dedicados aos deuses.

Os egípcios são os primeiros a utilizar um calendário solar, embora os 12 meses de 30 dias sejam de origem lunar. O ano tem 365 dias - e 6 horas a menos que o ano solar, o que significa atraso de um dia a cada quatro anos.

Havia três estações determinadas pelo fluxo do rio Nilo: Cheias (akket); Semeio (pert) e Colheita (shemu). A relação entre as estações definidas pelo Nilo e as estações naturais era feita pelo nascer heliacal da estrela Sirius, conhecida dos egípcios pelo nome de Sothis. A primeira aparição da estrela no céu da manhã, depois da sua conjunção com o sol determinava o início da contagem das estações das Cheias.

O calendário egípcio foi reconhecido pelos astrônomos gregos e tornou-se o calendário de referência da astronomia por muito tempo. Copérnico usou-o para construir suas tábuas da lua e planetas.

0.10 Os papiros da Matemática

Quase tudo o que sabemos sobre a Matemática dos antigos egípcios se baseia em dois grandes papiros: o Papiro Ahmes e o Papiro de Moscou. O primeiro foi escrito por volta de 1.650 a.C. e tem aproximadamente 5,5 m de comprimento e 32 cm de largura. Foi comprado em 1.858 por um antiquário escocês chamado Henry Rhind. Por isso é conhecido também como Papiro de Rhind. Atualmente encontra-se no British Museum, de Londres. O Papiro de Moscou é uma estreita tira de 5,5 m de comprimento por 8 cm de largura, com 25 problemas. Encontra-se atualmente em Moscou. O papiro de Golonishev ou de Moscou foi datado aproximadamente no ano de 1850 a.C. Em 1893 Abraão V.S Golonishev adquiriu esse papiro e o trouxe para Moscou e não se sabe nada sobre o seu autor.

O problema mais interessante do papiro de Moscou é o problema 14 que mostra o problema do volume de um tronco de uma pirâmide quadrada (com a transcrição hieroglífica) .



O papiro Rhind descreve os métodos de multiplicação e divisão dos egípcios, o uso que faziam das frações unitárias, o emprego da regra da falsa posição, a solução para o problema da determinação da área de um círculo e muitas aplicações da matemática a problemas práticos.

0.11 Os problemas de Rhind

O papiro contém uma série de tabelas e 85 problemas e as suas soluções. Eis uma lista das suas tabelas e problemas:

Cálculos que mostram 2 dividido por cada um dos números ímpares de 3 a 101. Uma tabela contendo os resultados da divisão de cada número de 1 a 9 por 10. 1 a 6 Divisão de 1, 2, 6, 7, 8 e 9 pães por 10 homens. 7 a 20 Multiplicação de diferentes frações por $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ ou $1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{3}$ 21 a 23: Subtrações: $1 - (\frac{2}{3} + \frac{1}{15})$, $1 - (\frac{2}{3} + \frac{1}{30})$ e $\frac{2}{3} - (\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{10} + \frac{1}{30} + \frac{1}{45})$. 24 a 29 Problemas de quantidades, envolvendo equações do 1º grau com uma incógnita, resolvida pelo método da falsa posição. 30 a 34 Problemas semelhantes aos anteriores, mas mais complicados (envolvendo frações) e resolvidos pelo método da divisão. 35 a 38 Problemas de hekat (medida de capacidade), envolvendo equações do 1º grau com uma incógnita mas ainda mais complexas que as anteriores, resolvidos pelo método da falsa posição. 39 Divisão de pães. 40 Divisão de pães envolvendo progressões aritméticas. 41 a 43 Volumes de

contentores cilíndricos de cereais. 44 a 47 Volumes de contentores paralelepípedicos de cereais. 47 Tabela das frações de 1 hékat, como frações do olho de Hórus. 48 a 53 Áreas de triângulos, retângulos, trapézios e círculos. 54 e 55 Divisão relacionada com área. 56 a 60 Problemas relacionados com pirâmides (sekeds, alturas e bases) 61 e 61B Tabela de uma regra para encontrar $2/3$ de números ímpares e frações unitárias. 62 Problema de proporções, sobre metais preciosos e os seu peso. 63 e 65 Divisão proporcional de pães por um número de homens. 64 Problema envolvendo uma progressão aritmética. 66 Divisão de gordura. 67 Proporção de gado devido a imposto. 68 Divisão proporcional de cereais entre grupos de homens. 69 a 78 Problemas de pesos de pão e cerveja. Proporção inversa. 79 Progressão geométrica de razão 7. 80 e 81 Tabelas das frações do olho de Hórus. 82 a 84 Problemas (pouco claros) sobre a quantidade de comida de vários animais domésticos, como gansos e outras aves.



0.12 O surgimento das Frações

Os egípcios usavam cordas para medir o tamanho da perda de cada lote dos habitantes devido às cheias do rio Nilo. Havia uma unidade de medida assinada na própria corda. As pessoas encarregadas de medir o tamanho da perda, esticavam a corda e verificavam quantas vezes aquela unidade de medida estava contida nos lados do terreno. Esses encarregados eram chamados de estiradores de corda.

No entanto, o mais adequada que fosse a unidade de medida escolhida, dificilmente cabia um número inteiro de vezes no lado do terreno.

Foi por essa razão que os egípcios criaram um novo tipo de número: o número fracionário.

Para representar os números fracionários, usavam frações.

0.13 As frações unitárias

Os egípcios trabalhavam bem com a fração $2/3$, para a qual tinham um sinal hierático. Tanto que para achar um terço de um número, primeiro achavam $2/3$ e tomavam a metade disso.

Conheciam usavam o fato de que dois terços da fração unitária $1/p$ ser a soma de duas frações unitárias $1/2p$ e $1/6p$, e sabiam que o dobro da fração $1/2p$ é a fração $1/p$.

É interessante verificar o modo como os egípcios encaravam frações de forma geral m/n . Não como uma "coisa" elementar, mas como parte de um processo incompleto. Por exemplo, a fração $3/5$, para nós irredutível, era pensada como soma de três frações unitárias $1/3 + 1/5 + 1/15$.

O papiro de Rhind fornece uma tabela para a transformação de frações gerais em somas de frações unitárias. Começa fornecendo $2/n$ como soma de frações unitárias, para todos os valores ímpares de n de 5 a 101. E assim outros equivalentes. O último item da tabela decompõe $2/101$ em $1/101$ mais $1/202$ mais $1/303$ mais $1/606$. Isso mostra uma habilidade aritmética que é difícil de encontrar mesmo atualmente, apesar de nossos recursos técnicos e tecnológicos.

O tipo de combinações de frações escolhida não é explicada. O porque de uma certa combinação e não outra, ficam sem resposta.

Vários investigadores ao analisarem a tabela (cálculos que mostram 2 dividido por cada um dos números ímpares de 5 à 101) do papiro de Rhind, tiraram algumas conclusões a cerca do sistema de decomposição: * Todas as frações da forma $2/3K$ estão expressas como soma de frações unitárias da forma $1/2K + 1/6K$. * Todas as frações da forma $2/5K$ são decompostas em $1/3K + 1/5K$ excetuando a fração $2/95$ ($K=19$) que aparece decomposta como $1/60 + 1/380 + 1/570$.

Estes dois exemplos não são únicos, e através da análise desta tabela muitos investigadores acreditam que os egípcios possuíam métodos eruditos (inteligentes), na decomposição de frações em soma de frações unitárias.

0.14 A Estagnação da Ciência no Egito

O amor aos deuses benevolentes, o respeito à tradição, a preocupação com morte e as necessidades dos mortos, tudo isso encorajou um grau de estagnação. A geometria pode ter sido uma dádiva do Nilo, como Heródoto acreditava, mas os egípcios pouco o aproveitaram. A matemática de Ahmes era a de seus antepassados e descendentes. Para realizações matemáticas mais progressistas devemos examinar o vale fluvial mais turbulento conhecido como Mesopotâmia.

Referências Bibliográficas

- [1] B.BOYER CARL ,TRADUÇÃO:F.GOMIDE ELZA, *História da Matemática*, Editora Edgard Blucher LTDA (1974).
- [2] PILETI NELSON, PILETTI CLAUDINO , *História e Vida*, III, Editora Àtica (1997).
- [3] , *Internet Explorer*.