Obtenção da fórmula de Bhaskara[1]

Para entendermos como se chegou à fórmula de bhaskara, primeiramente devemos ter a noção do que é um trinômio quadrado perfeito (TQP).

Um TQP é um número que podemos fatorá-lo na forma $(d+e)^2$ ou $(d-e)^2$, por exemplo, o trinômio $16x^2+8x+1$, que fatorado se transforma em $(4x+1)^2$.

Para saber se um polinômio qualquer é um TQP, extrai-se as raízes quadradas do primeiro e último termo, multiplica-se esses resultados um pelo outro e depois multiplica-se ainda por 2. Esse resultado final deve ser igual ao termo do meio do polinômio.

$$
\begin{aligned}
&16x^2+8x+1\\
&\sqrt{16x^2}\ \text{e}\ \sqrt{1}=4\text{x e } 1\\
&4\text{x}\times 1=4\text{x}\times 2=8\text{x}\\
&\text{desse modo, é um TQP}
\end{aligned}
$$

Sabendo que o polinômio é um TQP, resolveremos a seguinte equação do segundo grau:

$$
\begin{aligned}
&16x^2+8x+1=16\ \text{(fatorar o TQP)}\\
&(4\text{x}+1)^2=16\ \text{(passa a potencia para o outro lado da equação)}\\
&4\text{x}+1=\sqrt{16}\\
&4x+1=\pm 4\\
&\textit{entâo}:\\
&4x+1=4 \qquad e \qquad 4x+1=-4\\
&x=\frac{3}{4} \qquad e \qquad x=\frac{-5}{4}
\end{aligned}
$$

---

[1] Bhaskara é o nome do matemático hindu que idealizou essa fórmula.

Agora, se o polinômio de 2º grau não for um TQP, deve-se transformá-lo em um. Acompanhe o exemplo genérico abaixo:

$$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$$

$$x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = 0 \text{ (como o coeficiente de } x^2 \text{ é a, dividimos a equação toda por a)}$$

$$x^2 + \frac{bx}{a} = -\frac{c}{a} \text{ (isolamos o termo independente)}$$

$$x^2 + \frac{bx}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 \text{ (acrescentamos aos dois membros um número capaz de transformar em um}$$

TQP o 1º membro. Para isso, elevamos ao quadrado a metade do coeficiente de x)

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \text{ (verificamos que o 1º membro é um TQP e o fatoramos. Resolvemos o 2º membro)}$$

Agora, extrai-se a raiz quadrada dos dois lados e isola-se o x:

$$x + \frac{b}{2a} = \pm\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \textit{ finalmente,}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Chegamos assim à famosa fórmula do nosso colegial.

Autor: Lucas Vitti Rodrigues
Contato: lucas.vitti@bol.com.br