Método eficaz para resolver equação do quinto grau.

Já é de conhecimento de todos que o método de Newton-Raphson é muito usado para se obter resultados aproximados de raiz quadrada de um determinado número. Também é usado para se obter o ponto de intersecção de uma função qualquer no plano cartesiano com base na reta tangente. Nesse caso, usa-se o cálculo I para obter a raiz ou o zero da função dada.

É também de conhecimento de muitos que há outros métodos para se fazer o mesmo, uns mais eficientes e outros menos.

O que iremos ver nesse artigo é um método **simples e eficaz** de se obter a raiz de uma equação do quinto grau.

Com o uso do método de completar o quadrado podemos fazer algumas alterações e obter uma fórmula capaz de nos auxiliar, de forma aproximada, a encontrar a raiz real de uma equação quíntica.

Vejamos:

$$ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f = 0$$

$$x^5 + \frac{bx^4}{a} + \frac{cx^3}{a} + \frac{dx^2}{a} + \frac{ex}{a} + \frac{f}{a} = 0$$

O primeiro passo é dividir o polinômio pelo **coeficiente a**. Feito isso, temos que adquirir a “compensação” ou para tentar completar o quadrado. Mas, precisamos saber, através da expansão, dos termos que, representados por letras gregas, deverão ser adicionados na equação para podermos formar a fórmula. Desenvolvemos então o produto notável:

$$\left(x + \frac{b}{5a}\right)^5 =$$

$$x^5 + \frac{bx^4}{a} + \frac{2b^2x^3}{5a^2} + \frac{2b^3x^2}{25a^3} + \frac{b^4x}{125a^4} + \frac{b^5}{3125a^5}$$

Agora iremos pegar os quatro últimos termos e separá-los como positivos.

Também temos que ressaltar que temos cx^3 + dx^2 + ex + f (todos esses coeficientes são divididos por a e posteriormente são multiplicados por a). O mesmo ocorre com os últimos quatro termos do produto notável acima.

Então, tirando o mmc de 3125a^4 (sim, elevado a 4 pois foram multiplicados por a).

Então temos uma situação assim:

$$\frac{b^5 + 25ab^4x + 250a^2b^3x^2 + 1250a^3b^2x^3}{3125a^4}$$

O mesmo será com os demais termos cx^3 + dx^2 + ex + f. Então segue que:

$$\frac{-3125a^4(cx^3 + dx^2 + ex + f)}{3125a^4}$$

Pronto, agora é só colocarmos o produto notável (x + b/5a)^5 e igualarmos a 0.

$$a\left(x + \frac{b}{5a}\right)^5 - \frac{b^5 + 25ab^4x + 250a^2b^3x^2 + 1250a^3b^2x^3 - 3125a^4(cx^3 + dx^2 + ex + f)}{3125a^4} = 0$$

Agora basta passarmos para o segundo membro, depois passar como raiz de índice 5 e por fim passar b/5a para o segundo membro que teremos o valor de x.

E a fórmula surge:

$$-\frac{b}{5a} + \sqrt[5]{\frac{b^5 + 25ab^4x + 250a^2b^3x^2 + 1250a^3b^2x^3 - 3125a^4(cx^3 + dx^2 + ex + f)}{3125a^5}}$$

Se fizermos alguns reajustes como eliminar o denominador do radical e fazer o fator comum teremos ainda uma fórmula mais compacta:

x =

$$\frac{-b + \sqrt[5]{b^5 + 25ab(b^3 + 10ab^2x + 50a^2bx^2)x - 3125a^4(cx^3 + dx^2 + ex + f)}}{5a}$$

Pronto, temos a fórmula da equação do quinto grau. Porém, como usá-la?

Podemos dar um exemplo de equação do quinto grau com todas as raízes pertencendo ao conjunto dos números reais.

Vamos então escolher essa equação:

$$x^5 + 18x^4 + 121x^3 + 372x^2 + 508x + 240 = 0$$

Basta substituir na fórmula os coeficientes: a = 1, b = 18, c = 121, d = 372, e = 508 e f = 240.

Temos então essa situação:

$$\frac{-18 + \sqrt[5]{26875x^3 + 295500x^2 + 1036900x + 1139568}}{5}$$

Se pegarmos o discriminante dessa fórmula e resolvermos como se fosse uma equação do terceiro grau, iremos obter um valor bem aproximado da raiz. Nesse caso podemos supor com precisão a raiz real dessa equação de quinto grau.

Após resolver a equação do terceiro grau obtemos três raízes no caso:

-2.2196036504684

-4.77488211047148

e

-4.00086307626942

Pronto, fica fácil entender que uma das raízes é -4 pois é o valor que mais se aproxima. Mas não devemos descartar que -4.774.. seja próximo de -5 e que -2.21… seja próximo de -2 e -3 (mais próximo de -2 do que de -3, então a suposição seja -2 como uma das raízes da equação do quinto grau dada). Mas.. devemos ter certeza que um ou dois resultados estão próximos de uma das raízes (quando as demais não forem complexas). Então fica fácil.

Basta substituir -4 em x que teremos -4 como resposta e é essa uma das raízes reais.

Pela divisão de polinômios chegamos a uma equação de quarto grau e por fim conseguimos obter as demais raízes. **Não é necessario entrar nesse método, nosso foco aqui é encontrar uma das raizes reais da equação de quinto grau**.

Considerações finais sobre o método de resolução da equação de quinto grau:

Esse método também funciona para equação cúbica. Basta criar a fórmula para isso. No meu vlog há um vídeo explicando como ela funciona para equação de terceiro grau.

Quanto aos resultados da equação quintica, pode parecer “lento” para se obter o resultado, mas com “suposições” é bem provável que você consiga encontrar, quando for inteira, a raiz real da equação de quinto grau.

Com paciência obtem-se o resultado para outras raízes irracionais, basta substituir na fórmula e resolver a equação do terceiro grau que teremos um valor aproximado da raiz e com base nesse resultado conseguiremos obter a raiz de fato da equação de quinto grau inserindo em x o valor obtido do resultado da equação do terceiro grau e devemos fazer isso sucessivamente por pelo menos 7 vezes para obter o mais aproximado valor possível da raíz.

Atenção, se o resultado ficar preso a um resultado positivo e negativo significa que você terá que igualar a fórmula ao resultado da equação do terceiro grau e fazer a multiplicação por 5a, fazer a soma por b, fazer a elevação a quinta potência, após isso, teremos no segundo membro um número, esse número deverá ser ser somado ou subtraído (dependendo do sinal) do termo independente da equação do terceiro grau que estiver no primeiro membro.

Assim, resolve-se essa nova equação e o valor da raiz vai se aproximando e por fim o valor da raiz após esses procedimentos vai aparecer corretamente e precisamente!

Método descoberto por Rodrigo José Martinelli Biglia Andrade.