Matemática Financeira

Sistemas de Financiamento

- $ **Empréstimo-** Recurso financeiro que, em tese, não necessita ser justificado quanto à sua finalidade; por exemplo: Cheque especial e CDC;

- $ **Financiamento-** Recurso financeiro que tem a necessidade de se justificado quanto a sua finalidade , por exemplo, caso próprio compra de um carro, para aquisição de uma nova máquina etc..

- $ **Saldo Devedor-** é o valor nominal do empréstimo ou financiamento, ou simplesmente o valor presente (PV) na da focal, ou seja, o saldo devedor é o valor do empréstimo menos a amortização.

- $ **Amortização** – Parcela que reduz a divida, em outras palavras, é o dinheiro que paga o principal, portanto a amortização é igual: A prestação menos os juros.

- $ **Juros-** São calculados através do saldo devedor de cada período, logo os juros mais amortização é igual a prestação.

- $ **Prestação-** corresponde ao desembolso em dinheiro em cada período, visando o pagamento do principal mais a remuneração do capital (JUROS)

Sistema de Amortização Constante

Como o próprio nome já diz as amortizações são constantes. Neste sistema de amortização, o financiamento é pago em prestações uniformes decrescentes, constituídas de duas parcelas, amortização e juros. Enquanto a amortização permanece constante ao longo dos períodos (n), os juros dos períodos são uniformes decrescentes.

$$\text{- Amort} = \frac{PV}{n} \quad \begin{array}{l} PV \rightarrow \text{Valor do empréstimo ou financiamento} \\ n \rightarrow \text{Tempo do empréstimo} \end{array}$$

- Juros= Saldo devedor anterior x i (taxas de juros)
- Prestação= ∑ Amort de cada + Juros de cada ano
- Saldo devedor= PV de cada ano - Amort

Exemplo:

Um banco empresa R$ 10.000,00, a uma taxa de 10% a mês, para ser pago em 5 prestações mensais, sem prazo de carência, calculado pelo Sistema de amortização constante (SAC). Pede-se elaborar a planilha de financiamento.

$$\text{Amort} = \frac{10.000{,}00}{5}$$

Amort= R$ 2.000,00

Tempo	SD	AMORT	JUROS	Prestação
0	-R$ 10.000,00		R$ 0,00	R$ 0,00
1	-R$ 8.000,00	R$ 2.000,00	R$ 1.000,00	R$ 3.000,00
2	-R$ 6.000,00	R$ 2.000,00	R$ 800,00	R$ 2.800,00
3	-R$ 4.000,00	R$ 2.000,00	R$ 600,00	R$ 2.600,00
4	-R$ 2.000,00	R$ 2.000,00	R$ 400,00	R$ 2.400,00
5	R$ 0,00	R$ 2.000,00	R$ 200,00	R$ 2.200,00
Total		R$ 10.000,00	R$ 0,00	R$ 13.000,00

Cálculo dos juros:

J1= 10.000 x 0,10= 1.000

J2=8.000 x 0,10= 800

J3= 6.000 x 0,10= 600

J4=4.000 x 0,10= 400

J5= 2000 x 0,10= 200

Cálculo daS prestações
P1= 2.000+ 1.000= 3.0000

P2= 2.000+800= 2.800

P3= 2.000+600= 2.600

P4= 2.000+ 400= 2.400

P5= 2.000+200= 2.000

Perceba que os juros são maiores no início declinando a medida que o financiamento avança no tempo.

Sistema SAC Com carência + Juros Compensatórios.

Neste caso, não haverá a parcela de amortização no período de carência, apenas o pagamento de juros compensatórios neste período.

EX: 2

Um banco empresa R$ 10.000,00, a uma taxa de 10% a mês, para ser pago em 5 prestações mensais, com 2 meses de carência, calculado pelo Sistema de amortização constante (SAC). Pede-se elaborar a planilha de financiamento.

Tempo	SD	AMORT	JUROS	Prestação
0	R$ 10.000,00			
1	R$ 10.000,00	R$ 0,00	R$ 1.000,00	R$ 1.000,00
2	R$ 10.000,00	R$ 0,00	R$ 1.000,00	R$ 1.000,00
3	R$ 8.000,00	R$ 2.000,00	R$ 1.000,00	R$ 3.000,00
4	R$ 6.000,00	R$ 2.000,00	R$ 800,00	R$ 2.800,00
5	R$ 4.000,00	R$ 2.000,00	R$ 600,00	R$ 2.600,00
6	R$ 2.000,00	R$ 2.000,00	R$ 400,00	R$ 2.400,00
7	R$ 0,00	R$ 2.000,00	R$ 200,00	R$ 2.200,00
Total		R$ 10.000,00	R$ 5.000,00	R$ 15.000,00

Cálculo dos juros

J1= 10.000 x 0,10= 1.000

J2= 10.000 x 0,10= 1.000

J3= 10.000 x 0,10= 1.000

J4= 8.000 x 0,10 = 800

J5= 6.000 x 0,10= 600

J6= 4.000 x 0,10= 400

J7= 2.000 x 0,10 = 200

Cálculo do Saldo Devedor

SD1= 10.000 -0 = 10.000

SD2= 10.000- 0= 10.000

SD3= 10.000- 2.000= 8.000

SD 4= 8.000- 2.000= 6.000

SD5= 6.000- 2.000= 4.000

SD6= 4.000- 2.000= 2.000

SD7= 2.000 – 2.0000 = 0

Sistema SAC Com carência + Saldo Devedor Corrigido

Neste caso, não se paga juros compensatórios, na verdade, os juros são acrescidos ao saldo devedor com base no regime de capitalização composta e na, seqüência, calcula-se a prestação com base no conceito de uma série uniforme de pagamento postecipado.

EX: 3

Um banco empresa R$ 10.000,00, a uma taxa de 10% a mês, para ser pago em 5 prestações mensais, com 2 meses de carência, calculado pelo Sistema de amortização constante (SAC). Pede-se elaborar a planilha de financiamento.

Tempo	SD	AMORT	JUROS	Prestação
0	R$ 10.000,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00
1	R$ 11.000,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00
2	R$ 12.100,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00
3	R$ 9.680,00	R$ 2.420,00	R$ 1.210,00	R$ 3.630,00
4	R$ 7.260,00	R$ 2.420,00	R$ 968,00	R$ 3.388,00
5	R$ 4.840,00	R$ 2.420,00	R$ 726,00	R$ 3.146,00
6	R$ 2.420,00	R$ 2.420,00	R$ 484,00	R$ 2.904,00
7	R$ 0,00	R$ 2.420,00	R$ 242,00	R$ 2.662,00
Total		R$ 12.100,00	R$ 3.630,00	R$ 15.730,00

Cálculo do Saldo devedor

SD1= 10.000 x 1,10= 11.000

SD2= 11.000 x 1,10= 12.100

SD3= 12.100- 2.420= 9.680

SD4= 9.680- 2.420= 7.260

SD5= 7.260- 2.420= 4.840

SD6= 4.840- 2.420= 2.420

SD7= 2.420 – 2.420 =0

Cálculo dos Juros

J1= 10.00 x 0= 0

J2= 10.000 x 0= 0

J3= 12.100 x 0,10= 1.210

J4= 9.680 x 0,10= 968

J5= 7.260 x 0,10= 726

J6= 4.480 x 0,10= 448

J7= 2.420 x 0,10= 242

Os demais cálculos são idênticos aos já feitos acima.

Particularidades do Sistema Amortização Constante SAC.

O sistema de financiamento de amortização constante permite, que você calcule os juros e as prestações sem que seja necessário desenvolver a planilha de financiamento. Os juros são calculados através do saldo devedor do ano anterior x i (taxa de juros), logo

$J1 = PV \times i$

$J2 = \left(PV - \frac{PV}{n} \right) \times i$

$J3 = \left(PV - \frac{2PV}{n} \right) X \; i$

$J3 = \frac{PV \times n - 2PV \times i}{n}$

$J3 = \frac{PV\,(n-2)}{n} \; X \; i$

$J3 = \frac{PV}{n} \times (n-2) \times i$

$Jt = \frac{PV}{n} \times (n-t+1) \times i$

- A prestação é a soma dos juros + amortização, PMT= Amort + juros

PMT= PV/n x [PV/n x (n – t +1) x i]

PMT= PV/n x [1+(n-t+1) x i]

t => é tempo que você pretende descobrir

n=> é o tempo total do financiamento ou o número de prestações

i=> Taxa de juros praticada no período.

PV=> é o valor do financiamento ou empréstimo

PMT=> Prestação

Exemplo 3:

Um banco concede um financiamento de $ 60.000,00 para ser liquidado em 8 pagamentos mensais pelo SAC. A taxa cobrada na operação é 2, 5% a mês.

Calcule os juros e a prestação do 6 mês.

Resolução:

J6= 60.000/ 8 x [8-6+1) x 0,025]

J6= 7.500 x [3 x 0,025]

J6= 562,50

PMT= 7.500 x [1+ (8-6+1) x 0,025]

PMT= 8.062,50

Tempo	SD	AMORT	JUROS	Prestação
0	R$ 60.000,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00
1	R$ 52.500,00	R$ 7.500,00	R$ 1.500,00	R$ 9.000,00
2	R$ 45.000,00	R$ 7.500,00	R$ 1.312,50	R$ 8.812,50
3	R$ 37.500,00	R$ 7.500,00	R$ 1.125,00	R$ 8.625,00
4	R$ 30.000,00	R$ 7.500,00	R$ 937,50	R$ 8.437,50
5	R$ 22.500,00	R$ 7.500,00	R$ 750,00	R$ 8.250,00
6	**R$ 15.000,00**	**R$ 7.500,00**	**R$ 562,50**	**R$ 8.062,50**
7	R$ 7.500,00	R$ 7.500,00	R$ 375,00	R$ 7.875,00
8	R$ 0,00	R$ 7.500,00	R$ 187,50	R$ 7.687,50
Total		R$ 60.000,00	R$ 6.750,00	R$ 66.750,00

Sistemas de Amortização Francês

SAF.

Este sistema consiste no pagamento de empréstimos ou financiamentos com prestações iguais e com periodicidade. É considerado o sistema de amortização mais utilizado pelas instituições financeiras e pelo comércio em geral.

O sistema francês de amortização é assim chamado por ter sido inventado na França, por volta do século XVIII, pelo matemático inglês Richard price, daí portanto a origem da denominação sistema price, também chamado de tabela price. Na verdade , a tabela price é um caso particular uma derivação do sistema francês de amortização.

As principais características do sistema francês de amortização são:

- $ A prestação é constante durante todo o período do financiamento, lembre-se que no SAC a amortização era constante;
- $ A parcela de amortização aumenta a cada período (n);
- $ Os juros diminuem a cada período de tempo.

EX: 5: Um banco empresa R$ 10.000,00, a uma taxa de 10% a mês, para ser pago em 5 prestações mensais, sem prazo de carência, calculado pelo Sistema francês de amortização (SAF). Pede-se elaborar a planilha de financiamento.

Para calcular as prestações utiliza a expressão matemática do fator de recuperação de capital. PMT= PV. i . $(1+i)^n / (1+i)^n -1$ ou PMT= PV FRC (i% n)

$PMT= 10.000 \; . \; 0,10.(1+0,10)^5 \; / \; (1+0,10)^5 -1$

PMT= 10.000 x 0,2638

PMT= 2.637,9748

Resolução pela HP12C

10.000 CHS PV

5 n

10 i

PMT?

Tempo	Saldo Devedor	Amort	Juros	Prestação
0	R$ 10.000,00			
1	R$ 8.362,03	R$ 1.637,97	R$ 1.000,00	R$ 2.637,97
2	R$ 6.560,25	R$ 1.801,77	R$ 836,20	R$ 2.637,97
3	R$ 4.578,30	R$ 1.981,95	R$ 656,03	R$ 2.637,97
4	R$ 2.398,16	R$ 2.180,14	R$ 457,83	R$ 2.637,97
5	R$ 0,00	R$ 2.398,16	R$ 239,82	R$ 2.637,97
Total		R$ 10.000,00	R$ 3.189,87	R$ 13.189,87

O cálculo dos juros é o mesmo descrito no SAC.

Cálculo do Saldo devedor:

SD1= PV anterior – Amort

A amortização é calculada subtraindo os juros menos a prestação.

Sistema francês (Carência + Juros compensatórios)

Neste caso não haverá parcela de amortização durante o período de carência, apenas o pagamento dos juros neste período.

Ex5: Um banco empresa R$ 10.000,00, a uma taxa de 10% a mês, para ser pago em 5 prestações mensais, com 2 meses de carência, calculado pelo Sistema francês de amortização (SAF). Pede-se elaborar a planilha de financiamento.

PMT= $10.000 . 0,10.(1+0,10)^{5} / (1+0,10)^{5} -1$

PMT= 10.000 x 0,2638

PMT= 2.637,9748

Tempo	Saldo Devedor	Amort	Juros	Prestação
0	R$ 10.000,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00
1	R$ 10.000,00	R$ 0,00	R$ 1.000,00	R$ 1.000,00
2	R$ 10.000,00	R$ 0,00	R$ 1.000,00	R$ 1.000,00
3	R$ 8.362,03	R$ 1.637,97	R$ 1.000,00	R$ 2.637,97
4	R$ 6.560,25	R$ 1.801,77	R$ 836,20	R$ 2.637,97
5	R$ 4.578,30	R$ 1.981,95	R$ 656,03	R$ 2.637,97
6	R$ 2.398,16	R$ 2.180,14	R$ 457,83	R$ 2.637,97
7	R$ 0,00	R$ 2.398,16	R$ 239,82	R$ 2.637,97
Total		R$ 10.000,00	R$ 5.189,87	R$ 15.189,87

Os juros foram pagos no período de carência, os demais calculados apresentam a mesma lógica discutida acima.

Sistema francês (Carência + Saldo devedor Corrigido)

Neste caso não se pagam os juros, na verdade os juros serão acrescidos ao saldo devedor com base no regime de juros compostos e, na seqüência calcula as prestações.

EX6: Um banco empresa R$ 10.000,00, a uma taxa de 10% a mês, para ser pago em 5 prestações mensais, com 2 meses de carência, porém não havendo pagamento de juros nesse período. Calcular pelo Sistema francês de amortização (SAF). Pede-se elaborar a planilha de financiamento.

O 1º passo é calcular o juros sobre o saldo devedor de cada ano de carência.

SD1= 10.000 x 1,10= 11.0000

SD2= 11.000 x 1,10= 12.100

Agora com base neste valor de R$ 12.100,00 , calcula-se o valor das prestações.

PMT= $12.100 \cdot 0{,}10.(1+0{,}10)^{5} / (1+0{,}10)^{5} - 1$

PMT= 12.100 x 0,2638

PMT= 3.191,95

Tempo	Saldo Devedor	Amort	Juros	Prestação
0	R$ 10.000,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00
1	R$ 11.000,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00
2	R$ 12.100,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00
3	R$ 10.118,05	R$ 1.981,95	R$ 1.210,00	R$ 3.191,95
4	R$ 7.937,91	R$ 2.180,14	R$ 1.011,81	R$ 3.191,95
5	R$ 5.539,75	R$ 2.398,16	R$ 793,79	R$ 3.191,95
6	R$ 2.901,77	R$ 2.637,97	R$ 553,97	R$ 3.191,95
7	R$ 0,00	R$ 2.901,77	R$ 290,18	R$ 3.191,95
Total		R$ 12.100,00	R$ 3.859,75	R$ 15.959,75

Os demais cálculos seguem a mesma lógica já descrita acima.

Sistema francês (Tabela Price)

A tabela price, é uma derivação do sistema francês de amortização, sendo a única diferença a taxa de juros empregada, em outras palavras, a taxa é dada em termos nominais e normalmente é apresentada ao ano.

- O período de financiamento normalmente é menor do que o tempo da taxa, quase sempre é dado ao mês;
- Para transformar as taxas, usa-se o critério da proporcionalidade (juros simples):

Ex: Um Financiamento X apresenta a seguinte taxa de juros 30% a.a, determine a taxa mensal, para o sistema de financiamento francês e para o sistema de financiamento Tabela price.

Se fosse utilizado o sistema francês de amortização, a conversão desta taxa para mensal, seria através das taxas equivalentes, tendo: Te = [(1+i)p -1] x 100

Te= $[(1+0{,}30)^{5} -1] \times 100$

Te= 2,21% a.m

Se fosse adotado o sistema de financiamento tabela price, a conversão da taxa seria linear ou proporcional, tendo Tp= 30/12= 2,50% a.m. Percebe-se que a tabela price vai apresentar juros mais onerosos que o sistema francês, pois ao elevar esta taxa para o futuro através da capitalização composta, percebe-se que apresentará uma taxa anual superior a 30%.

.

Um banco empresta o valor de R$ 10.000,00, com uma taxa 12%, para ser pago em 7 parcelas mensais sem prazo de carência, calculado pelo sistema Price de Amortização ou Tabela price. Pede se elaborar a planilha de financiamento.

Antes de desenvolver a planilha você precisa encontrar a taxa proporcional, esta taxa é encontrada dividindo a taxa anual por 12, pois o ano tem 12 meses.

$$eP = \frac{12}{12} = 1\%$$

Agora vamos encontrar as prestações, utilizando a expressão matemática do fator de recuperação de capital.

$$PMT = \frac{PV \times (1+i)^n \times i}{(1+i)^n - 1}$$

$$PMT = \frac{10.000 \times (1+0{,}01)^7 \times (0{,}01)}{(1+0{,}01)^7 - 1}$$

PMT= 10.000 x 0,1486

PMT= 1.486,28

Tempo	Saldo Devedor	Amort	Juros	Prestação
0	R$ 10.000,00			
1	R$ 8.613,72	R$ 1.386,28	R$ 100,00	R$ 1.486,28
2	R$ 7.213,57	R$ 1.400,15	R$ 86,14	R$ 1.486,28
3	R$ 5.799,42	R$ 1.414,15	R$ 72,14	R$ 1.486,28
4	R$ 4.371,14	R$ 1.428,29	R$ 57,99	R$ 1.486,28
5	R$ 2.928,56	R$ 1.442,57	R$ 43,71	R$ 1.486,28
6	R$ 1.471,57	R$ 1.457,00	R$ 29,29	R$ 1.486,28
7	R$ 0,00	R$ 1.471,57	R$ 14,72	R$ 1.486,28
Total		R$ 10.000,00	R$ 403,98	R$ 10.403,98

Lembre os demais cálculos seguem a mesma lógica e a única diferença deste sistema para o sistema francês de amortização é a taxa, visto que os demais cálculos seguem a mesma lógica:

Nota: Os encargos financeiros da tabela price são maiores que em relação ao sistema francês, visto que a taxa da tabela price quando capitalizada gera rendimentos (juros) maiores.

Particularidades do Sistema Francês de Amortização

Conforme foi visto, no sistema de francês de amortização as prestações são constantes, os juros são decrescentes e as amortizações são exponencialmente crescentes ao longo do tempo.

Da mesma forma que no SAC podemos calcular os juros as prestações e o saldo devedor, sem há necessidade de criar a planilha de financiamento. O sistema francês também apresenta "atalhos" para isso. Veja as seguintes expressões matemáticas.

Amortização é obtida pela diferença entre o valor da prestação (PMT) e o dos Juros (J), ou seja,

Amort = PMT- J

A amortização no primeiro período é expressa da seguinte maneira:

Amort 1= PMT – J

Amort 1 = PMT – (PV x i)

Como o seu crescimento é exponencial no tempo, o valor da amortização num tempo t qualquer é calculado:

$\text{Amort}_t = \text{Amort } 1 \times (1+i)^{t-1}$

A Prestação é calculada através da expressão matemática do fator de recuperação de capital;

O Saldo devedor (SD): Calculado,para cada período, pela diferença entre o valor devido no inicio do início do intervalo de tempo e a amortização do período logo, para uma dada taxa de juros, o saldo devedor de qualquer período t é apurado da forma seguinte:

$$SD_t = PMT \times \frac{(1+i)^{n-t} - 1}{(1+i)^{n-t} \times i}$$

ou SD_t = PMT x FPV ou FVA (i, n –t)

Juros: Incide sobre o saldo devedor apurado no início de cada período (ou ao final de cada período imediatamente anterior). A expressão de cálculo de juros pode ser ilustrada da maneira seguinte:

$J1 = SD_0 \times i = PV \times i$

$J2 = SD1 \times i = (PV – Amort1) \times i$

$J3 = SD2 \times i = (PV- Amor1 – Amort 2) \times i$

É assim sucessivamente.

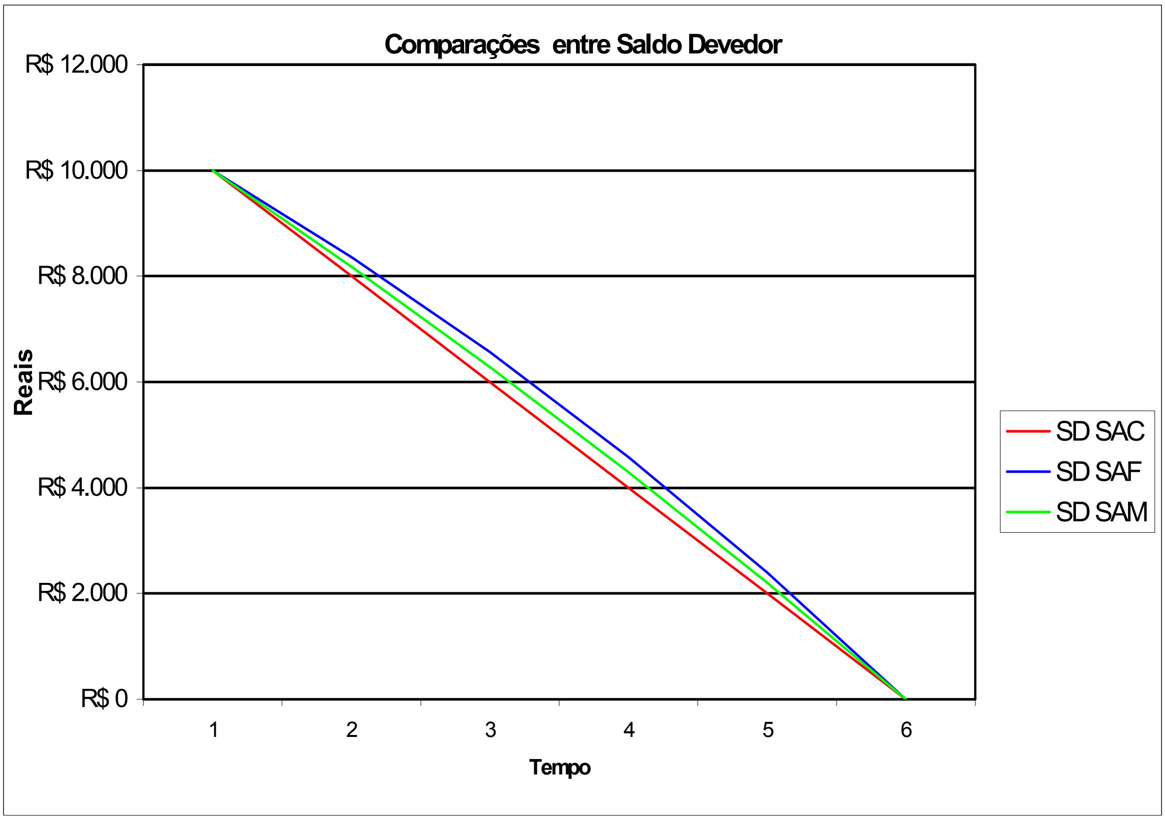
Para um momento t qualquer: $Jt = SDt -1 \times i$

$SDt-1 = PMT \times FPV (i, n- t)$

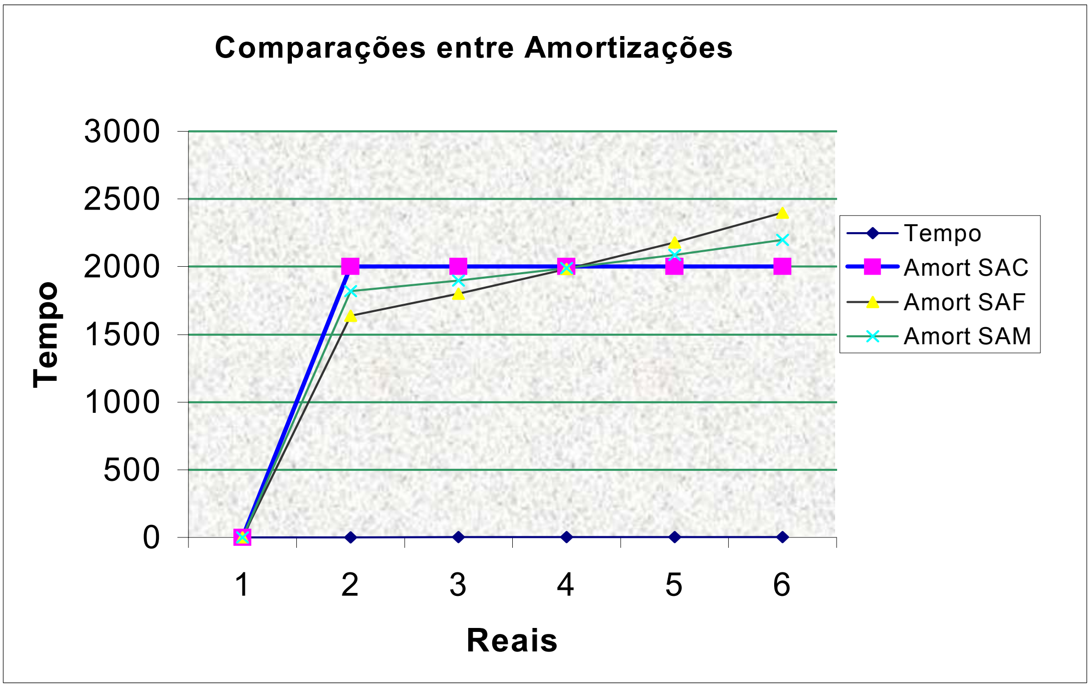
Um banco emprestou R$ 10.000,00 a uma taxa de 10% ao mês, para pagamento em 5 parcelas mensais. Elabore a planilha de financiamento para o sistema misto de amortização SAM.

	SAC				SAF			
Tempo	SD	Amort	Juros	PMT	SD	Amort	Juros	PMT
0	R$ 10.000				R$ 10.000,00			
1	R$ 8.000	R$ 2.000	R$ 1.000	R$ 3.000	R$ 8.362,03	R$ 1.637,97	R$ 1.000,00	R$ 2.637,97
2	R$ 6.000	R$ 2.000	R$ 800	R$ 2.800	R$ 6.560,25	R$ 1.801,77	R$ 836,20	R$ 2.637,97
3	R$ 4.000	R$ 2.000	R$ 600	R$ 2.600	R$ 4.578,30	R$ 1.981,95	R$ 656,03	R$ 2.637,97
4	R$ 2.000	R$ 2.000	R$ 400	R$ 2.400	R$ 2.398,16	R$ 2.180,14	R$ 457,83	R$ 2.637,97
5	R$ 0	R$ 2.000	R$ 200	R$ 2.200	R$ 0,00	R$ 2.398,16	R$ 239,82	R$ 2.637,97
Total		R$ 10.000	R$ 3.000	R$ 13.000		R$ 10.000,00	R$ 3.189,87	R$ 13.189,87

SAM			
SD	Amort	Juros	PMT
R$ 10.000,00			
R$ 8.181,01	R$ 1.818,99	R$ 1.000,00	R$ 2.818,99
R$ 6.280,13	R$ 1.900,89	R$ 818,10	R$ 2.718,99
R$ 4.289,15	R$ 1.990,97	R$ 628,01	R$ 2.618,99
R$ 2.199,08	R$ 2.090,07	R$ 428,92	R$ 2.518,99
R$ 0,00	R$ 2.199,08	R$ 219,91	R$ 2.418,99
	R$ 10.000,00	R$ 3.094,94	R$ 13.094,94



Este gráfico nos mostra claramente Saldo devedor SAF decresce lentamente no tempo, visto que os juros são maiores no início. O SAC apresenta saldo devedor decrescendo mais rápido no tempo, isto a amortização ser maior no início que em relação ao SAF.



Percebe-se que a partir de um determinado período a amortização do sistema francês e superior ao do SAC, visto que a amortização do SAC é uma linha reta, pois é constante no tempo. A amortização pelo sistema misto também é superior a do sistema SAC em um determinado período, visto que como SAM é uma média haverá períodos em que a média será maior que a amortização do SAC.

Agora vamos descobrir em que ponto do gráfico, em que a amortização do SAF seja igual a amortização SAC.

Amort SAC= 2.000

Amort SAF = Amort 1 $(1+i)^{t-5}$

igualando as expressões tem-se:

R$ 1.637,97 x $(1,10)^{t-1}$ =2.000
$(1,10)^{t-1}$ = 2.000/1.637,97
$(1,10)^{t-1}$ = 1,2210
Aplicando-se log:
t -1 x log 1,10= log 1,2210
t- 1 = 0,086715664/ 0,041392685
t – 1 = 2,094951
t= 2,094951+ 1
t= 3,094551 meses.

Da mesma forma que o SAC, o SAF apresente um linha reta no tempo, pois sua prestação é constante, veja que o SAF, possui uma menor prestação no início, do que em comparação ao SAC, mas em um determinado período a prestação do SAC declina. Podemos pensar que em termos de disponibilidade de caixa ou administração do fluxo de caixa, o SAF é melhor no início, pois o desembolso é menor, mas em um determinado período o SAC é melhor, pois apresenta um menor desembolso.

É possível determinar qual será o ponto onde as curvas vão se encontrar, ou seja, onde as prestações do SAF serão iguais a do SAC.

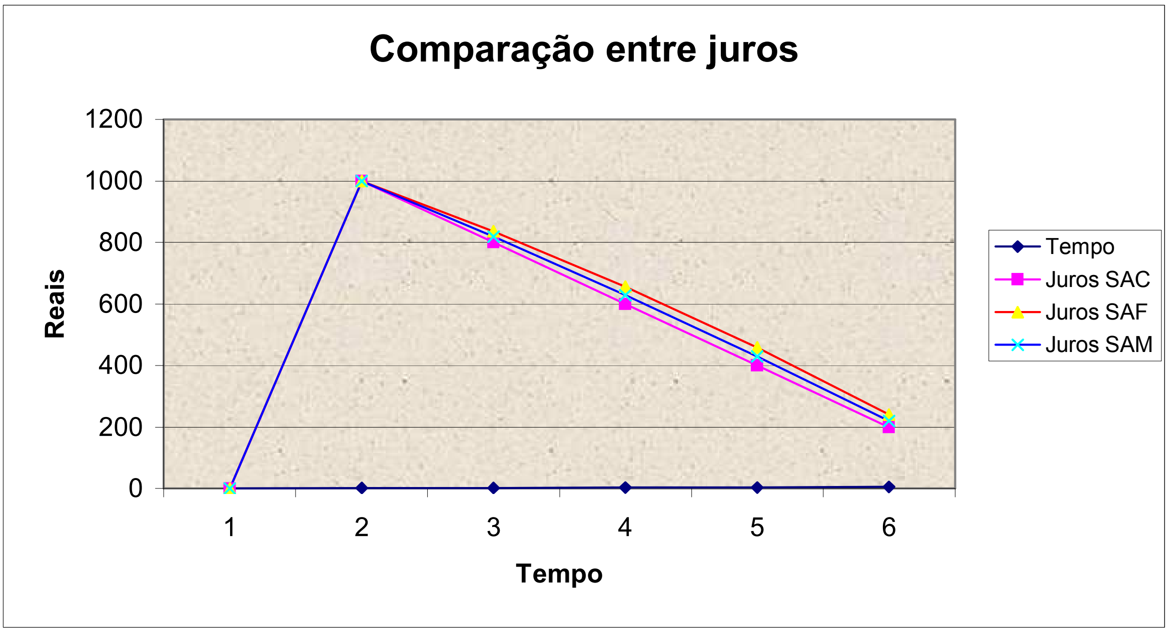
PMT SAC = PMT SAF

$$\text{PMT SAC} = \frac{PV}{n} \times [\,1 + (n - t + 1) \times i\,] = \text{PMT SAF}$$

10.000/5 x [1+ (5- t+1) x 0,10) =R$ 2.637,97
2.000 x [1+ (0,50 – 0,10 t + 0,10) = R$ 2.637,97
2.000 + 1.000 – 200 t + 200 = 2.637,97
-200t+ 3.200= 2.637,97
3.200 – 2.637,97 = 200 t
t= 562,03/ 200

$\sim$

t= 2,8102 meses ou 2 meses e 24 dias.



A importância de se analisar os juros, é o fato do mesmo ser dedutível do imposto de renda. Observe que o juro do sistema SAF é sempre maior que em relação, aos demais, visto que como a prestação é constante e o pagamento de juros é maior nos primeiros períodos, isto contribui para esta elevada carga de juros. Portanto este sistema em projetos de curto espaço de tempo é melhor, pois a dedução dos juros sobre o imposto de renda poderá viabilizar a implantação de um determinado projeto de investimento e ou financiamento.

Sistema De Amortização Americano

O sistema de amortização americano SAA estipula a devolução do capital emprestado é efetuado no final do período de contratado da operação de uma só vez. Não se prevê, de acordo com esta característica básica do SAA, amortizações intermediárias durante o período de empréstimo. Os juros serem pagos periodicamente.

EX 10: Um banco empresta R$ 100.000,00 para ser pago em 6 anos há uma taxa contratada é de 14% a.a. Elabore a planilha de financiamento pelo sistema americano de amortização.

Tempo	SD	Amort	Juros	Prestação
0	R$ 100.000,00	R$ 0,00		
1	R$ 100.000,00	R$ 0,00	R$ 14.000,00	R$ 14.000,00
2	R$ 100.000,00	R$ 0,00	R$ 14.000,00	R$ 14.000,00
3	R$ 100.000,00	R$ 0,00	R$ 14.000,00	R$ 14.000,00
5	R$ 100.000,00	R$ 0,00	R$ 14.000,00	R$ 14.000,00
6	R$ 100.000,00	R$ 100.000,00	R$ 14.000,00	R$ 114.000,00
Total		R$ 100.000,00	R$ 70.000,00	R$ 170.000,00

No sistema Americano, os juros são pagos periodicamente e no final do financiamento se paga o principal mais os juros.

Sistema Americano (Carência + Saldo Devedor Corrigido)

Um banco empresta R$ 10.000,00 para ser pago em 5 anos a uma taxa de 10% a.a. Elabore a planilha de financiamento pelo SAA, com a Carência sendo capitalizada através do Saldo devedor.

Tempo	SD	Amort	Juros	Prestação
-	R$ 10.000,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00
1	R$ 11.000,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00
2	R$ 12.100,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00
3	R$ 13.310,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00
4	R$ 14.641,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00
5	R$ 16.105,10	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 16.105,10
Total	R$ 0,00	R$ 10.000,00	R$ 0,00	R$ 16.105,10

Sistema de Amortização Crescente SACRE

Este sistema foi criado pela caixa econômica federal (CEF) para ser utilizado em suas linhas de créditos relacionados ao sistema financeiro de Habitação (SFH).

Dependendo da linha de financiamento que você contratar que você contratar com a caixa, poderá optar por um deste financiamentos.

- $ Sistema de Amortização Constante (SACRE);
- $ Sistema Francês de Amortização (Tabela Price).

O sistema SACRE foi desenvolvido com o objetivo de permitir maior amortização do valor emprestado, reduzindo-se simultaneamente, a parcela de juros sobre o saldo devedor. Neste sistema as prestações mensais são calculadas com base no saldo devedor existente no início de cada período de 12 meses. Assim, o valor das 12 prestações iniciais é calculado da mesma forma como se obtém o valor da primeira prestação do SAC.

EX 12: Um imóvel no valor de R$ 35.000,00 é financiado em 180 prestações, sabendo-se que a taxa é de 12% ao ano, e que o saldo devedor e corrigido pela TR- Taxa referencial projetada de 1% ao mês durante todo o período do contratado. Adotou-se o SACRE para calcular a amortização da dívida. Elabore a planilha de financiamento para as 25 primeiras prestações.

Solução Algébrica: Cálculos das 12 primeiras prestações.

Te= $[1+i)^{n}$ -1] x 100

Te= $[(1+0,12)^{1/12} - 1]$ x 100

Te= 0,948879% a.m

Valor da amortização = 35.000/180= R$ 194,44

Valor dos juros = 35.000 x 0,948879%= R$ 332,11

Valor da prestação--------------------------- **R$ 526,55**

Cálculo das 12 prestações seguintes (13 à 24)

- Valor da Amortização= 37.125,89/168 = R$ 220,99
- Valor dos juros = 37.125,89 x 0,948879% = R$ 352,28

Valor da prestação= -------------------------- **R$ 573,27**

Cálculo das 12 prestações seguintes (Da 25ª `a 26ª)

- Valor da Amortização = 39.183,77/156 = R$ 251,18
- Valor dos juros= 39.183,77 x 0,948879% = R$ 371,80
- Valor da prestação--------------------------- **R$ 622,98**

Cálculo dos juros compensatórios.

- Juros = (saldo devedor + TR) x (Taxa de juros do financiamento)

35.000 x (1,01) = R$ 35.350,00

35.350 x 0,948879% = R$ 335,43 (1ª parcela)

Cálculo das parcelas de amortização

Amort= Prestação – Juros

Amort = 526,55 – 335,43= R$ 191,12

Cálculo do Saldo Devedor

Saldo devedor = Saldo devedor corrigido – Amortização

SD= 35.530- 191,12= R$ 35.158,88

Tempo	SD	SD +TR	Amort	Juros	Prestação
0	R$ 35.000,00				
1	R$ 35.158,88	R$ 35.350,00	R$ 191,12	R$ 335,43	R$ 526,55
2	R$ 35.320,86	R$ 35.510,47	R$ 189,60	R$ 336,95	R$ 526,55
3	R$ 35.486,02	R$ 35.674,07	R$ 188,05	R$ 338,50	R$ 526,55
4	R$ 35.654,42	R$ 35.840,89	R$ 186,47	R$ 340,09	R$ 526,55
5	R$ 35.826,11	R$ 36.010,96	R$ 184,85	R$ 341,70	R$ 526,55
6	R$ 36.001,17	R$ 36.184,37	R$ 183,21	R$ 343,35	R$ 526,55
7	R$ 36.179,65	R$ 36.361,18	R$ 181,53	R$ 345,02	R$ 526,55
8	R$ 36.361,63	R$ 36.541,45	R$ 179,82	R$ 346,73	R$ 526,55
9	R$ 36.547,17	R$ 36.725,25	R$ 178,07	R$ 348,48	R$ 526,55
10	R$ 36.736,35	R$ 36.912,64	R$ 176,30	R$ 350,26	R$ 526,55
11	R$ 36.929,23	R$ 37.103,71	R$ 174,48	R$ 352,07	R$ 526,55
12	***R$ 37.125,89***	***R$ 37.298,52***	***R$ 172,63***	***R$ 353,92***	***R$ 526,55***
13	***R$ 37.279,68***	***R$ 37.497,14***	***R$ 217,46***	***R$ 355,80***	**R$ 573,27**
14	R$ 37.436,49	R$ 37.652,48	R$ 215,99	R$ 357,28	R$ 573,27
15	R$ 37.596,36	R$ 37.810,85	R$ 214,49	R$ 358,78	R$ 573,27
16	R$ 37.759,37	R$ 37.972,33	R$ 212,96	R$ 360,31	R$ 573,27
17	R$ 37.925,57	R$ 38.136,96	R$ 211,39	R$ 361,87	R$ 573,27
18	R$ 38.095,03	R$ 38.304,83	R$ 209,80	R$ 363,47	R$ 573,27
19	R$ 38.267,80	R$ 38.475,98	R$ 208,18	R$ 365,09	R$ 573,27
20	R$ 38.443,96	R$ 38.650,48	R$ 206,52	R$ 366,75	R$ 573,27
21	R$ 38.623,56	R$ 38.828,40	R$ 204,83	R$ 368,43	R$ 573,27
22	R$ 38.806,69	R$ 39.009,80	R$ 203,11	R$ 370,16	R$ 573,27
23	R$ 38.993,40	R$ 39.194,76	R$ 201,36	R$ 371,91	R$ 573,27
24	R$ 39.183,77	R$ 39.383,33	R$ 199,57	R$ 373,70	R$ 573,27
25	***R$ 39.328,14***	***R$ 39.575,60***	***R$ 247,46***	***R$ 375,52***	**R$ 622,98**

Custo Efetivo de Um Empréstimo/ Financiamento

Quando é cobrado pelo financiamento apenas o juro, seja em qualquer sistema de Amortização, o custo efetivo de juros é a própria taxa de juros cobrada na operação. É comum as instituições financeiras cobrarem taxas extras nestas operações com por exemplo despesas administrativas ,comissões, IOC e IOF dentre outros.

Uma empresa tomou emprestado 50.000, para ser pago em 4 prestações anuais de 12.500, a taxa de juros cobrada é de 20% a.a. também é cobrado IOC de 4,5% pago na liberação do dinheiro e despesas administrativas de 1,50% sobre o saldo devedor anual. Elabora a planilha de financiamento e calcule o custo efetivo deste empréstimo.

Tempo	SD	Tx Adm	IOC	Amort	Juros	Prestação
0	R$ 50.000,00	0	R$ 2.250,00	R$ 0,00	R$ 0,00	-R$ 47.750,00
1	R$ 37.500,00	R$ 750,00	R$ 0,00	R$ 12.500,00	R$ 10.000,00	R$ 23.250,00
2	R$ 25.000,00	R$ 562,50	R$ 0,00	R$ 12.500,00	R$ 7.500,00	R$ 20.562,50
3	R$ 12.500,00	R$ 375,00	R$ 0,00	R$ 12.500,00	R$ 5.000,00	R$ 17.875,00
4	R$ 0,00	R$ 187,50	R$ 0,00	R$ 12.500,00	R$ 2.500,00	R$ 15.187,50
Total		R$ 1.875,00	R$ 2.250,00	R$ 50.000,00	R$ 25.000,00	R$ 76.875,00
Custo Efetivo de Empréstimo						24,216%

Solução pelo Excel, na coluna prestação na linha custo efetivo do empréstimo digite

= tir(selecione todos os números desta coluna) isto será igual a 24,216%, ou seja, os custos extras taxas administrativas e IOC elevaram o custo efetivo do empréstimo.

Solução pela HP12C.

F REG

47.750,00 CHS G CFO

23.250 G CFJ 20.562,50 G CFJ

17.875 C CFJ 15.187,50 G CFJ

76.875 C CFJ F IRR ? 24,216%

Referências Bibliográficas

CASTELE BRANCO, Anísio Costa. *Matemática Financeira Aplicada*: Método Algébrico, HP12c, Microsoft Excel . 2º ed – São Paulo : Pioneira Thomson Learning, 2005.

ASSF NETO, Alexandre . *Matemática Financeira e suas aplicações*. 8º ed – São Paulo: Atlas, 2003.

HIRSCHFELD, Henrique . *Engenharia Econômica e Análise de Custos*. 7º ed – São Paulo: Atlas,2000.